SUR LA VALIDITÉ DE LA RELATION MASSE-LUMINOSITÉ DANS LE CALCUL DES MASSES DES ÉTOILES

PAUL COUTEAU

Observatoire de Nice, Nice, France

Les travaux sur les parallaxes dynamiques sont peu nombreux; les plus récents remontent déjà loin dans le passé (Russell et Moore, 1940; Barbier, 1936; Baize et Romani, 1946; et Strand, 1953). L'idée directrice est toujours la même: associer la troisième loi de Kepler et une relation masse-luminosité. Par l'intermédiaire de la loi de Pogson on en déduit aisément une parallaxe qualifiée de dynamique, puis la masse du système. Il serait judicieux de l'appeler masse dynamique afin de la différencier de la masse trigonométrique qui est la seule fondamentale.

La masse dynamique fait intervenir deux des paramètres de l'orbite: le demi-grand axe et la période, dont la définition est sans ambiguïté. Elle fait intervenir aussi la relation masse-luminosité et la magnitude apparente du système. Je me propose de discuter brièvement l'influence de la relation masse-luminosité sur l'exactitude des masses, sans faire intervenir la parallaxe qui n'est pas une donnée intrinsèque du système. Bien entendu, tout ceci suppose que les deux corps du système appartiennent à la série principale.

Je rappelle les trois équations de base du problème. La troisième loi de Kepler

$$\sum M = \frac{a''^3}{p^3 P^2} = \frac{\alpha}{p^3}, \tag{1}$$

où $\sum M$ est la somme des masses, a'' le demi-grand axe apparent, p la parallaxe, P la période.

La loi de Pogson

$$\mathfrak{M} = m + 5 + 5 \log p, \tag{2}$$

où $\mathfrak{M}$ et m sont les magnitudes absolues et apparentes.

La relation masse-luminosité

$$\log M = -k(\mathfrak{M} - \mathfrak{M}_\odot), \tag{3}$$

où k est une constante et $\mathfrak{M}_\odot$ la magnitude absolue du soleil définie dans le même système que $\mathfrak{M}$ et m.

Des deux premières équations, on déduit

$$\log \Sigma M = \log \alpha + 3 - \tfrac{3}{5}(\mathfrak{M} - m),$$

comme $\mathfrak{M}$ et m interviennent par leur différence on peut considérer soit la magnitude de la composante A soit celle de la composante B et écrire

$$\log \Sigma M = \log \alpha + 3 - \tfrac{3}{5}(\mathfrak{M}_A - m_A) = \log(M_A + M_B). \tag{4}$$

Astrophysics and Space Science **11** (1971) 55–58.

Faisant intervenir (3) et remarquant que

$$\log \frac{M_A + M_B}{M_A} = \log \Sigma M - \log M_A ,$$

on trouve

$$\log M_A = \frac{5k}{3-5k} \log \left[1 + \frac{M_B}{M_A} \right] + \frac{5k}{3-5k} \left[\tfrac{3}{5}\mathfrak{M}_\odot - \log \alpha - 3 - \tfrac{3}{5} m_A \right] \quad (5)$$

et une relation analogue pour M_B.

Or

$$\log M_B/M_A = - k\,(\mathfrak{M}_B - \mathfrak{M}_A) = - k\,\Delta m$$

et

$$M_B/M_A = 10^{-k\,\Delta m} ,$$

ce qui donne

$$\log M_A = \frac{5k}{3-5k} \{\log (1 + 10^{-k\,\Delta m}) + \tfrac{3}{5}\mathfrak{M}_\odot - \log \alpha - 3 - \tfrac{3}{5} m_A\} \quad (6)$$

et un équation analogue pour la composante B. Le paramètre k est voisin de 0,1 (0,117 d'après Baize-Romani), Δm dépasse rarement quelques unités, il est inférieur à 2 dans 9 cas sur 10. Les autres paramètres sont, ou des constantes ($\mathfrak{M}_\odot$) ou des données d'observations.

Il en résulte que le produit $k\,\Delta m$ est, dans la majorité des cas, inférieur à 0,3. On peut donc développer (6) en série de Taylor au voisinage de $\Delta m = 0$ et s'arrêter au deuxième terme, car les dérivées successives décroissent très vite.

Cela donne

$$\log M_A = \frac{5k}{3-5k} \left[\log 2 - 3 + 0.6\,(\mathfrak{M}_\odot - m_A) - \log \alpha - \frac{k\,\Delta m}{2} \right],$$

ou

$$\log M_A = \frac{5k}{3-5k} \left[\beta - \frac{k\,\Delta m}{2} \right] \quad (7)$$

le facteur entre crochets est la différence entre deux termes dont l'un β ne dépend que de la magnitude apparente m_A.

L'équation (7) est rigoureuse pour des composantes d'éclat égal ($\Delta m = 0$), elle est d'approximation très bonne pour la majorité des couples visuels. Elle permet de déterminer les deux masses d'un couple.

La calcul repose sur la valeur empirique donnée à k. Il est primordial de se rendre compte de l'influence de ce paramètre sur la valeur des masses. Supposer k constant est légitime en première approximation, mais il est probable que la valeur de ce paramètre deépend plus ou moins du type spectral.

Il est facile de voir l'influence d'une variation de k en le supposant lentement variable et en écrivant la dérivée partielle de l'équation (7) par rapport à k

$$\frac{\partial}{\partial k} \log M_A = \frac{5}{2(3-5k)^2}\left[6\beta - k(6-5k)\,\Delta m\right]; \tag{8}$$

en passant aux valeurs numériques (k=0,11)

$$\frac{\partial}{\partial k} \log M_A = 7.51\left[6\beta - 0.61\,\Delta m\right]. \tag{8bis}$$

La variation de M_A est indépendante de k si

$$6\beta - 0.61\,\Delta m = 0. \tag{9}$$

Or β ne dépend pas de k. On en conclut que pour les systèmes où $\Delta m=0$ la variation de la masse des composantes est indépendante de k si $\beta=0$. C'est-à-dire si

$$\log\alpha + 0.6\, m_A = 0{,}16.$$

Si on s'adresse à l'ensemble des couples dont chaque composante appartient à la série principale, la condition (9) s'écrit

$$6\log\alpha + 3.6\, m_A - 0.61\,\Delta m = 0{,}96.$$

Un sondage a montré que cette condition est pratiquement réalisée pour les binaires de type G. Pour les autres types le résidu est encore faible.

A noter l'importance de la magnitude dans l'équation (7). Le calcul des masses dynamiques passe obligatoirement par des mesures de magnitude; d'où l'importance de la photométrie différentielle et absolue des composantes d'étoiles doubles.

En conclusion, il est légitime d'appliquer la relation masse-luminosité au calcul des masses stellaires, cette relation est la plus favorable pour le type solaire. Toutefois elle ne donne pas de renseignements sur les masses d'étoiles particulières ou anormales qui font partie d'un système.

Bibliographie

Baize, P.: 1947, 'Les masses des étoiles doubles visuelles et la relation empirique masse-luminosité', *Bull. Astron.* **13**, 123.

Baize, P. et Romani, L.: 1946, 'Formules nouvelles pour le calcul des parallaxes dynamiques des couplex orbitaux', *Ann. Astrophys.* **9**, 13.

Barbier, D.: 1936, 'Les parallaxes dynamiques des étoiles doubles', *Act. Sci. Indust.* No. 348.

Russell, H. N. and Moore, Ch. E.: 1940, *The Masses of the Stars*, University of Chicago Press.

Strand, K. Aa.: 1953, 'Dynamical Parallaxes from Photographic Observations', *Astron. J.* **58**, 229.

Discussion

Heintz: The quantity $M_\odot$ should be termed 'Magnitude at mass $1_\odot$', it is different from the solar magnitude if you employ on other mass luminosity relationship. Any relationship adopted is specified by particular values k and $M_\odot$.

Couteau: Oui, le fait que la magnitude absolue du soleil ne soit pas très bien établie revient à avoir pour la constante k une petite variation si bien que, à ce moment-là k prend une autre valeur

https://doi.org/10.1017/S0252921100502577 Published online by Cambridge University Press

et la relation masse luminosité doit être corrigée. On peut si vous voulez ajouter une correction bolométrique et, à ce moment-là, k est légèrement différent en raison de la magnitude absolue du soleil dont la valeur peut être plus ou moins connue. Mais la technique du calcul ici représenté ne change pas par l'intermédiaire d'un terme correctif; c'est la même chose. Encore une fois je ne prétends pas apporter des décimales, j'apporte simplement une hypothèse de travail, celle-ci pouvant montrer que cette relation n'entraîne pas des catastrophes violentes.

Dommanget: J'aurai l'occasion de discuter demain le problème traité par Monsieur Couteau. Je tiens à signaler dès maintenant que parmi mes conclusions figure également celle concernant le fait qu'une erreur sur le coefficient k est moins grave qu'on pourrait le supposer à priori.

CB est la correction bolométrique?

Couteau: Oui. Si la magnitude bolométrique absolue du soleil n'est pas connue, on peut prendre un nombre quelconque qui est proche de la magnitude absolue du soleil et à ce moment-là k devient un nombre connu dans un certain intervalle auquel on applique une correction bolométrique qui tient compte de l'incertitude sur M.

Strand: I suggest, instead of addition of a correction *CB* to Equation (3), to compute separate values for the values of k for the three branches of the mass luminosity relation as shown by the empirical relation.

Couteau: C'est exact, il faudrait voir.