

First Concepts of Topology. The Geometry of Mappings of Segments, Curves, Circles, and Disks, by W.G. Chinn and N.E. Steenrod. Random House, New Mathematical Library, Vol.18, 1966. viii + 160 pages. Paperback \$1.95.

The author of a first-rate introduction to a discipline should be both an expert in the field as well as a very skillful teacher - two qualities not always combined in one person. The book under review solves the problem of finding such an author through the collaboration of two people: N.E. Steenrod, who is an outstanding topologist, and W.G. Chinn, who must be an unusually gifted teacher. The result is admirable.

The authors manage, in a slim paperback, to introduce a reader with only high school mathematics to several basic ideas of both point-set and algebraic topology. Among them are continuity, compactness, and connectedness in Euclidean space  $\mathbb{R}^n$ , homotopy and the winding number of curves in the plane. They motivate these concepts by proving carefully two important existence theorems from analysis, namely the Intermediate Value Theorem and its 2-dimensional analogue. Applications given include the fundamental theorem of algebra, the existence of fixed points of mappings and singularities of vector fields as well as the pancake and the ham sandwich problems, and should therefore convince both the idealists and the materialists of the use of topology.

The book is written in a clear and lively style and well illustrated. The authors succeed in combining intuitive and well motivated introductions of ideas with rigorous proofs. Mathematical thinking is further stimulated by paragraphs like the one on 'When is an argument not a proof?' and through many pretty exercises. Detailed answers are given.

Although the book requires no mathematical knowledge beyond high school level, it should attract even a fairly sophisticated reader who wants a readable and up-to-date introduction to an important branch of modern mathematics. It will be of special interest to those bright students who are dissatisfied with the usual mixture of proof and plausibility given in a first calculus course and would like to see a proper treatment of some of the basic theorems of analysis. The book deserves a wide readership.

Helga Schirmer, Carleton University

An Introduction to Complex Analysis in Several Variables, by L. Hormander. Van Nostrand, University series in higher Mathematics, 1966. 208 pages. \$8.20.

Les mérites de ce livre me paraissent très grands. Il offre au débutant (ayant de bonnes connaissances en Analyse fonctionnelle et Algèbre homologique) un accès rapide à des problèmes situés au coeur

de la théorie et d'un abord très difficile dans les publications originales, par exemple l'identité des ouverts pseudoconvexes et des domaines d'holomorphicité, ou les théorèmes A et B de H. Cartan.

Mais le spécialiste peut aussi le lire avec intérêt, grâce à l'originalité des méthodes, qui font largement appel aux équations aux dérivées partielles, domaine où l'Auteur excelle. Enfin cette lecture est fort agréable, car la rédaction est lumineuse, et la présentation matérielle a bénéficié du plus grand soin.

Le chapitre I, consacré aux fonctions analytiques d'une variable, présente la formule intégrale de Cauchy de manière à résoudre, dans un ouvert borné, l'équation de Cauchy-Riemann  $\partial u/\partial \bar{z} = \varphi$ , fonction donnée; cette équation intervient dans la preuve du théorème d'approximation de Runge, d'où est déduit le théorème de Mittag-Leffler. L'étude des fonctions sous-harmoniques est menée rapidement jusqu'au stade nécessaire pour démontrer le théorème de Hartogs sur l'holomorphicité séparée par rapport à chaque variable.

Au chapitre II, l'étude des fonctions de plusieurs variables fait de même appel à la solutions, dans l'espace entier ou dans un polydisque, de l'équation de Cauchy-Riemann  $\bar{\partial} u = f$ , forme différentielle donnée, d'abord de type  $(0, 1)$  pour la preuve d'un théorème de prolongement de Hartogs, puis de type  $(p, q+1)$  pour l'étude du premier problème de Cousin. Après les propriétés fondamentales des domaines d'holomorphicité et des fonctions plurisousharmoniques, ce chapitre montre que tout domaine d'holomorphicité dans  $C^n$  est pseudoconvexe, donne la condition de pseudoconvexité de Levi, et une forme améliorée du théorème de Lewy prolongeant une fonction qui vérifie les équations de Cauchy-Riemann restreintes à une hypersurface ne satisfaisant pas à la condition de Levi.

Le chapitre III est une intéressante parenthèse, exposant la théorie de Gelfand pour une algèbre de Banach complexe, commutative et unitaire, et montrant comment les fonctions analytiques opèrent sur les transformées de Gelfand.

Le chapitre IV reprend la résolution de l'équation de Cauchy-Riemann ci-dessus, cette fois dans un ouvert pseudoconvexe, et l'utilise pour montrer que, réciproquement, un tel ouvert est un domaine d'holomorphicité; l'Auteur emploie ici une technique particulièrement originale de majoration dans  $L^2(\Omega)$  pondéré, c'est-à-dire dans  $L^2$  relatif à une mesure  $e^{-\varphi} d\lambda$ , où  $\lambda$  est la mesure de Lebesgue et  $\varphi$  une fonction continue sur l'ouvert  $\Omega$ .

Le chapitre V définit les variétés de Stein, étend à ces variétés les méthodes et les résultats du chapitre IV, et les utilise pour définir l'enveloppe d'holomorphicité d'une variété. Il parvient à des résultats profonds et récents: le théorème de Grauert caractérisant les variétés de Stein par leur stricte pseudoconvexité, et le théorème de plongement

de R. Narasimhan.

Le chapitre VI contient un peu de théorie locale, ce qu'il faut pour traiter des faisceaux analytiques cohérents, en particulier le théorème de K. Oka sur la cohérence d'un faisceau de relations.

Le chapitre VII et dernier, consacré aux faisceaux analytiques cohérents sur une variété de Stein, démontre le théorème A de H. Cartan, puis, après avoir défini la cohomologie à valeurs dans un faisceau, le théorème B et enfin le théorème de G. de Rham, suivant la méthode de A. Weil.

Michel Hervé, Nancy

Probleme moderne de theoria functiilor (Modern problems of the theory of functions), by C.A. Cazacu, C. Constantinescu, and M. Jurchescu. Editura Academiei Republicii Populare Romane, Bucharest, 1965. 309 pages.

This work contains material given in the seminar of Professor Stoilow in 1960-1961. It is divided into three parts: (1) Local theory of functions of many complex variables, by Martin Jurchescu (pages 11-149), (2) Theory of currents on an oriented variety, by C. Constantinescu (pp. 155-205), (3) Quasiconformal representations, by Cabiria Adreian Cazacu (pp. 211-309). The authors have endeavoured to make the work self-contained and accessible to readers with the Romanian equivalent of an honours degree in mathematics.

Part (1) begins with a discussion of power series in  $n$ -variables over a complete non-discrete valued field, with special attention to the real and complex fields. Later analytic and holomorphic functions in  $n$ -variables are considered, and finally analytic and algebraic coverings are discussed. In the process, a succinct presentation of the dimension theories of Urysohn and Menger is given.

In Part (2) the author discusses vector spaces of differential forms over an oriented variety and their duals. In particular he considers the dual space  $E'(X)$  of the locally convex space  $E(X)$  of infinitely differentiable differential forms on the oriented variety  $X$ .  $E'(X)$  constitutes the space of currents on  $X$ .

Part (3) gives a full treatment of quasiconformal representation, starting with a chapter on homeomorphisms with finite partial derivatives almost everywhere, and closing with a chapter on the existence theorem of Lavrentiev. The author concludes Part (3) with an 85-item bibliography on quasiconformal representations.

Barron Brainerd, University of Toronto